



## MATEMATIKA

- 1. Cena neke robe je povećana za 10%, a zatim snižena za 10%. Ako je posle toga cena 99 dinara, kolika je bila prvobitna cena te robe?**

Rešenje:  $1,1x - 0,1 \cdot 1,1x = 99 \Leftrightarrow 0,99x = 99 \Leftrightarrow x = 100$ . Prvobitna cena knjige je bila 100 dinara.

- 2. Knjiga je najpre poskupela za 10% a zatim za 20%. Koliko je procenata poskupela u odnosu na početnu cenu?**

Rešenje:  $1,1x + 0,2 \cdot 1,1x = 1,32x$ . Knjiga je poskupela za 32%.

- 3. Od 350kg brašna dobija se 450kg hleba. Koliko procenata iznosi težina hleba prema težini brašna?**

Rešenje:  $G = 350$ ,  $i = 450$ ,  $p = 100i/G = 45000/350 = 900/7 = 128,57\%$ .

- 4. Sa povećanjem od 25% roba košta 2500 din. Kolika je cena robe pre povećanja?**

Rešenje:  $x + 0,25x = 2500$ ,  $1,25x = 2500$ ,  $x = 2500/1,25 = 250000/125 = 2000$ .

- 5. Cipele koje su koštale 3000 din poskupele su za 20%. Za koliko procenata treba smanjiti cenu cipela da bi ponovo koštale 3000 din.**

Rešenje:  $G = 3000$ ,  $p = 20\%$ ,  $i = G \cdot p/100 = 3000 \cdot 20/100 = 600$ ,  $G_1 = G + i = 3600$ ,  
 $p_1 = ?$ ,  $i_1 = i = 600$ ,  $p_1 = 100i_1/G_1 = 60000/3600 = 100/6 = 16,67\%$ .

- 6. Izračunaj  $5^0 + 3^{-2} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{-1}$ .**

Rešenje:  $5^0 + 3^{-2} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{-1} = 1 + \frac{1}{9} \cdot 9 = 2$ .

- 7. Izračunaj  $\left(\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} + 3 \cdot 2^{-3}\right)^{-2}$ .**

Rešenje:  $\left(\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} + 3 \cdot 2^{-3}\right)^{-2} = \left(-\frac{27}{8} + \frac{3}{8}\right)^{-2} = (-3)^{-2} = \frac{1}{9}$ .

- 8. Izračunaj  $a^{\frac{x}{2}} \cdot a^{\frac{x}{3}} \cdot a^{\frac{x}{4}}$  za  $a \neq 0$ .**

Rešenje:  $a^{\frac{x}{2}} \cdot a^{\frac{x}{3}} \cdot a^{\frac{x}{4}} = a^{\frac{x+x+x}{2+3+4}} = a^{\frac{6x+4x+3x}{12}} = a^{\frac{13x}{12}}$

- 9. Izračunaj  $x^{5n} \cdot x^{-6n} \cdot x^{n+1}$  za  $x \neq 0$ .**

Rešenje:  $x^{5n} \cdot x^{-6n} \cdot x^{n+1} = x^{5n-6n+n+1} = x$ .

- 10. Izračunaj  $3(a-b)^2 - 5(a+b)^2 - 8(b-a)^2$ .**

Rešenje:  $3(a-b)^2 - 5(a+b)^2 - 8(b-a)^2 = -5(a-b)^2 - 5(a+b)^2 = -5(a^2 - 2ab + b^2) - 5(a^2 + 2ab + b^2) = -10a^2 - 10b^2$

**11. Rastavi na činioce**  $3x^3a^2 - 48x^3$ .

Rešenje:  $3x^3a^2 - 48x^3 = 3x^3(a^2 - 16) = 3x^3(a-4)(a+4)$ .

**12. Rastavi na činioce**  $11ax^2 - 66axy + 99ay^2$

Rešenje:  $11ax^2 - 66axy + 99ay^2 = 11a(x^2 - 6xy + 9y^2) = 11a(x-3y)^2$

**13. Rastavi polinom na činioce**  $m^2x - n^2x + m^2y - n^2y$ .

Rešenje:

$$m^2x - n^2x + m^2y - n^2y = m^2(x+y) - n^2(x+y) = (x+y)(m^2 - n^2) = (x+y)(m-n)(m+n).$$

**14. Rastavi polinom na činioce**  $x^3 + 8y^3$ .

Rešenje:  $x^3 + 8y^3 = x^3 + (2y)^3 = (x+2y)(x^2 - 2xy + 4y^2)$ .

**15. Rastavi polinom na činioce**  $x^3y - 125y^4$ .

Rešenje:  $x^3y - 125y^4 = y(x^3 - (5y)^3) = y(x-5y)(x^2 + 5xy + 25y^2)$ .

**16. Rastavi polinom na činioce**  $x^4 - 16y^4$ .

Rešenje:  $x^4 - 16y^4 = x^4 - (2y)^4 = (x^2 - (2y)^2)(x^2 + (2y)^2) = (x-2y)(x+2y)(x^2 + 4y^2)$ .

**17. Odredi najmanji zajednički sadržalac za polinome**  $6a^2, 10b^2, 12ab$  i  $15ab$ .

Rešenje: Najmanji zajednički sadržalac za brojeve 6, 10, 12 i 15 je 60 a za  $a^2, b^2$  i  $ab$  je  $a^2b^2$ , pa je za  $6a^2, 10b^2, 12ab$  i  $15ab$ , najmanji zajednički sadržalac  $60a^2b^2$ .

**18. Odredi najmanji zajednički sadržalac za polinome**  $2x-6, x^2-9$  i  $x^2-6x+9$ .

Rešenje:  $2x-6 = 2(x-3); x^2-9 = (x-3)(x+3); x^2-6x+9 = (x-3)^2$ , pa je najmanji zajednički sadržalac  $2(x+3)(x-3)^2$ .

**19. Odredi najmanji zajednički sadržalac za polinome**  $5x+5y, 3x-3y$  i  $x^2-y^2$ .

Rešenje:  $5x+5y = 5(x+y); 3x-3y = 3(x-y); x^2-y^2 = (x-y)(x+y)$ , pa je najmanji zajednički sadržalac  $15(x^2-y^2)$ .

**20. Odredi najmanji zajednički sadržalac za polinome**  $a^3-8, a^2-4$  i  $5a^3+10a^2+20a$ .

Rešenje:  $a^3-8 = a^3-2^3 = (a-2)(a^2+2a+4); a^2-4 = (a-2)(a+2)$ ;

$5a^3+10a^2+20a = 5a(a^2+2a+4)$ , pa je najmanji zajednički sadržalac

$$5a(a^2+2a+4)(a-2)(a+2) = 5a(a^2+2a+4)(a^2-4).$$

**21. Skrati razlomak**  $\frac{5x^2+xy}{x^2+5xy}$ .

Rešenje:  $\frac{5x^2+xy}{x^2+5xy} = \frac{x(5x+y)}{x(x+5y)} = \frac{5x+y}{x+5y}$ .

**22. Skrati razlomak**  $\frac{8a^3-24a^2b}{a^2-9b^2}$ .

Rešenje:  $\frac{8a^3-24a^2b}{a^2-9b^2} = \frac{8a^2(a-3b)}{(a-3b)(a+3b)} = \frac{8a^2}{a+3b}$ .

**23. Skrati razlomak**  $\frac{x^2 - 6x + 9}{x^3 - 27}$ .

Rešenje:  $\frac{x^2 - 6x + 9}{x^3 - 27} = \frac{(x-3)^2}{(x-3)(x^2 + 3x + 9)} = \frac{(x-3)}{(x^2 + 3x + 9)}$ .

**24. Skrati razlomak**  $\frac{ab^2 - 16a^3}{(4a+b)^2}$ .

Rešenje:  $\frac{ab^2 - 16a^3}{(4a+b)^2} = \frac{-a(16a^2 - b^2)}{(4a+b)^2} = \frac{-a(4a-b)(4a+b)}{(4a+b)^2} = \frac{-a(4a-b)}{4a+b}$ .

**25. Izračunaj**  $6xyz \cdot \left( \frac{x}{3y} + \frac{y}{2x} - \frac{z}{4y} \right)$ .

Rešenje:  $6xyz \cdot \left( \frac{x}{3y} + \frac{y}{2x} - \frac{z}{4y} \right) = 6xyz \cdot \frac{4x^2 + 6y^2 - 3xz}{12xy} = \frac{z(4x^2 + 6y^2 - 3xz)}{2}$ .

**26. Izračunaj**  $\sqrt[3]{3\sqrt{2}}$ .

Rešenje:  $\sqrt[3]{3\sqrt{2}} = \sqrt[3]{\sqrt{3^2 \cdot 2}} = \sqrt[6]{18} = 1,62$ .

**27. Izračunaj**  $81^{1/4}$ .

Rešenje:  $81^{1/4} = \sqrt[4]{81} = 3$ .

**28. Izračunaj**  $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{5}$ .

Rešenje:  $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[6]{2^3} \cdot \sqrt[6]{5^2} = \sqrt[6]{8 \cdot 25} = \sqrt[6]{200} = 2,418$ .

**29. Izračunaj**  $\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{5}}$ .

Rešenje:  $\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{5}} = \sqrt[6]{2^3 \cdot 5} = \sqrt[6]{40} = 1,849$ .

**30. Dokaži jednakost**  $\sqrt[3]{(5\sqrt{2} + 7)} = \sqrt{2} + 1$ .

Rešenje:  $(\sqrt{2} + 1)^3 = 2\sqrt{2} + 6 + 3\sqrt{2} + 1 = 5\sqrt{2} + 7$ .

**31. Dokazati da je**  $\log_6 2 + \log_6 3 = 1$ .

Rešenje:  $\log_6 2 + \log_6 3 = \log_6 2 \cdot 3 = \log_6 6 = 1$ .

**32. Dokazati da je**  $2\log 25 - \log 125 - \log 5 = 0$ .

Rešenje:  $2\log 25 - \log 125 - \log 5 = \log \frac{25^2}{125 \cdot 5} = \log 1 = 0$ .

**33. Dokazati da je**  $\log 2 + \log 8 - \frac{1}{2}\log 256 = 0$ .

Rešenje:  $\log 2 + \log 8 - \frac{1}{2}\log 256 = \log \frac{2 \cdot 8}{\sqrt{256}} = \log \frac{16}{16} = 0$ .

**34. Izračunaj**  $\log_6 \log_2 \log_5 25$ .

Rešenje:  $\log_6 \log_2 \log_5 25 = \log_6 \log_2 2 = \log_6 1 = 0$ .

**35. Izračunaj x iz jednakosti**  $\log_2 \sqrt{x} + \log_2 2\sqrt{x} = 0$

Rešenje:  $\log_2 \sqrt{x} + \log_2 2\sqrt{x} = \log_2 \sqrt{x} \cdot 2\sqrt{x} = \log_2 2x = 0 \Leftrightarrow 2^0 = 2x \Leftrightarrow x = 1/2$ .

**36. Rešiti po  $x$  jednačinu**  $3\log x + \frac{1}{2}\log a = 3\log b + \log c$

$$\text{Rešenje: } 3\log x + \frac{1}{2}\log a = 3\log b + \log c \Leftrightarrow \log x^3 = \log b^3 \cdot c - \frac{1}{2}\log a \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log x^3 = \log \frac{cb^3}{\sqrt{a}} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{cb^3}{\sqrt{a}}}.$$

**37. Reši po  $x$  jednačinu**  $2\log x - 3\log a = \log 5 + \log b + \frac{1}{2}\log c$ .

$$\text{Rešenje: } 2\log x - 3\log a = \log 5 + \log b + \frac{1}{2}\log c \Leftrightarrow \log x^2 = \log 5b\sqrt{c} \cdot a^3 \Leftrightarrow x = \sqrt{5ba^3\sqrt{c}}$$

**38. Reši po  $x$  jednačinu**  $\frac{x+2}{x} - 5 = \frac{2}{x}$ .

$$\text{Rešenje: } x \neq 0 \Rightarrow \frac{x+2}{x} - 5 = \frac{2}{x} / \cdot x \Leftrightarrow x+2-5x=2 \Leftrightarrow -4x=0 \Leftrightarrow x=0 \text{ što je protivrečno uslovu}$$

$x \neq 0$  pa sledi da jednačina nema rešenje.

**39. Reši po  $x$  jednačinu**  $\frac{y}{y+2} - 1 = \frac{1}{3y+6}$ .

$$\text{Rešenje: } y \neq -2 \Rightarrow \frac{y}{y+2} - 1 = \frac{1}{3y+6} / \cdot 3(y+2) \Leftrightarrow 3y - 3y - 6 = 1 \Leftrightarrow -6 = 1 \text{ pa jednačina nema rešenje.}$$

**40. Reši po  $x$  jednačinu**  $\frac{3}{5-x} - 2 = \frac{2}{10-2x}$

$$\text{Rešenje: } x \neq 5 \Rightarrow \frac{3}{5-x} - 2 = \frac{2}{10-2x} / \cdot 2(5-x) \Leftrightarrow 6 - 20 + 4x = 2 \Leftrightarrow 4x = 16 \Leftrightarrow x = 4.$$

**41. Reši sistem jednačina**  $\begin{array}{l} 2x - 3y = 5 \\ 4x + 2y = 1 \end{array}$

$$2x - 3y = 5 \quad / \cdot (-2)$$

$$\text{Rešenje: } \begin{array}{r} 4x + 2y = 1 \\ \hline 8y = -9 \end{array} \Rightarrow y = \frac{-9}{8}; x = \frac{5+3y}{2} = \frac{13}{16}.$$

**42. Reši sistem jednačina**  $\begin{array}{l} x + 3y + 7 = 0 \\ x = 3 + 2y \end{array}$

$$\text{Rešenje: } \begin{array}{r} x + 3y + 7 = 0 \\ x = 3 + 2y \end{array} \Rightarrow x + 3y + 7 = 0 \Leftrightarrow 3 + 2y + 3y + 7 = 0 \Rightarrow y = -2 \wedge x = -1.$$

**43. Reši sistem jednačina**  $\begin{array}{l} 2x - 3y = 7 \\ x - 4y = -3 \end{array}$

$$\text{Rešenje: } x - 4y = -3 \Rightarrow x = -3 + 4y; 2x - 3y = 7 \Leftrightarrow 2(-3 + 4y) - 3y = 7 \Leftrightarrow y = \frac{13}{5} \wedge x = \frac{37}{5}.$$

**44. Reši sistem jednačina** 
$$\begin{array}{l} x+2y-1=0 \\ x-2y+1=0 \end{array}$$

$$x+2y-1=0$$

Rešenje: 
$$\begin{array}{l} x-2y+1=0 \\ 2x=0 \Rightarrow x=0; y=1/2 \end{array}$$

**45. Reši sistem jednačina** 
$$\begin{array}{l} x^2-y^2=16 \\ x-y=2 \end{array}$$

Rešenje:

$$x-y=2 \Rightarrow x=2+y; x^2-y^2=16 \Leftrightarrow (x-y)(x+y)=16 \Leftrightarrow 2 \cdot (2+2y)=16 \Rightarrow y=3 \wedge x=5$$

**46. Reši kvadratnu jednačinu  $x^2 - 5x + 6 = 0$ .**

Rešenje:  $x_{1,2}=(5 \pm \sqrt{25-24})/2=(5 \pm 1)/2, x_1=2, x_2=3.$

**47. Reši kvadratnu jednačinu  $2x^2 - 5x - 3 = 0$ .**

Rešenje:  $x_{1,2}=\frac{5 \pm \sqrt{25+24}}{4}, x_{1,2}=\frac{5 \pm 7}{4}, x_1=3, x_2=-\frac{1}{2}$

**48. Reši kvadratnu jednačinu  $25x^2 - 9x = 0$ .**

Rešenje:  $25x^2 - 9x = 0 \Leftrightarrow x(25x-9) = 0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=9/25.$

**49. Reši kvadratnu jednačinu  $x^2 + 6x + 5 = 0$ .**

Rešenje:  $x_{1,2}=(-6 \pm \sqrt{36-20})/2, x_1=(-6+4)/2, x_2=(-6-4)/2, x_1=-1, x_2=-5.$

**50. Reši kvadratnu jednačinu  $(x+5)^2 = 0$ .**

Rešenje:  $(x+5)^2 = 0 \Leftrightarrow x+5=0 \Leftrightarrow x=-5.$

**51. Reši jednačinu:  $\sqrt{2+x} = x$ .**

Rešenje:  $\sqrt{2+x} = x$ , za  $x \geq -2$ ,  $2+x=x^2$ ,  $x^2-x-2=0$ , :  $x_{1,2}=(1 \pm \sqrt{1+8})/2, x_1=2, x_2=-1.$

**52. Reši jednačinu  $x-\sqrt{6+x}=0$ .**

Rešenje:  $x-\sqrt{6+x}=0$ , za  $x \geq -6$ ,  $x=\sqrt{6+x}$ ,  $x^2-x-6=0$ ,  $x_{1,2}=(1 \pm \sqrt{1+24})/2, x_1=3, x_2=-2.$

**53. Reši jednačinu  $\sqrt{x+3}=2$ .**

Rešenje:  $\sqrt{x+3}=2$ , za  $x \geq -3$ ,  $x+3=4$ ,  $x=1$ .

**54. Reši jednačinu  $\sqrt{x-1}-3=0$ .**

Rešenje:  $\sqrt{x-1}-3=0$ ,  $\sqrt{x-1}=3$ , za  $x \geq -1$ ,  $x-1=9$ ,  $x=10$ .

**55. Reši jednačinu  $6 \cdot \sqrt{x-2} - x - 7 = 0$ .**

Rešenje: za  $x-2 \geq 0$ ,  $x \geq 2$ ,  $6 \cdot \sqrt{x-2} = x+7$ ,  $36(x-2) = (x+7)^2$ ,  $36x-72 = x^2+14x+49$ ,  $x^2-22x+121=0$ ,  $x_{1,2}=(22 \pm \sqrt{484-484})/2$ ,  $x_1=x_2=11$ .

**56. Reši jednačinu  $9 \cdot 3^{x-5} - 27 = 0$ .**

Rešenje:  $9 \cdot 3^{x-5} - 27 = 0$ ,  $9 \cdot 3^{x-5} = 27$ ,  $3^{x-5} = 3$ ,  $x-5=1$ ,  $x=6$ .

**57. Reši jednačinu po  $x$   $a^{2x-1} - a^{3-x} = 0$ ,  $a \neq 0$ .**

Rešenje:  $a^{2x-1} - a^{3-x} = 0$ ,  $a \neq 0$ ,  $a^{2x-1} = a^{3-x}$ ,  $2x-1=3-x$ ,  $3x=4$ ,  $x=4/3$ .

**58. Reši jednačinu  $\sqrt[3]{10^4} = 10^{x+3}$ .**

Rešenje:  $\sqrt[3]{10^4} = 10^{x+3} \Rightarrow 4/x = x+3$ ,  $x^2+3x-4=0$ ,  $x_{1,2}=(-3 \pm \sqrt{9+16})/2$ ,  $x_{1,2}=(-3 \pm 5)/2$ ,  $x_1=1$ ,  $x_2=-4$ .

**59. Reši jednačinu**  $4 \cdot 2^{5x+2} = 2$ .

Rešenje:  $4 \cdot 2^{5x+2} = 2 \Leftrightarrow 2^2 \cdot 2^{5x+2} = 2, 2^{5x+2+2} = 2 \Rightarrow 5x + 4 = 1, x = -3/5$ .

**60. Reši jednačinu**  $125 \cdot 5^{3x-1} = 5^{-1}$ .

Rešenje:  $125 \cdot 5^{3x-1} = 5^{-1} \Leftrightarrow 5^3 \cdot 5^{3x-1} = 5^{-1} \Leftrightarrow 5^{3x+2} = 5^{-1} \Rightarrow 3x + 2 = -1, 3x = -3, x = -1$ .

**61. Reši nejednačinu**  $-3(2 - 6x) < 12 - 9x$ .

Rešenje:  $-3(2 - 6x) < 12 - 9x \Leftrightarrow -6 + 18x < 12 - 9x \Leftrightarrow 27x < 18 \Leftrightarrow x < 2/3$ .

**62. Reši nejednačinu**  $12x - 1 < 2(3 - x)$ .

Rešenje:  $12x - 1 < 2(3 - x) \Leftrightarrow 12x < 7 - 2x \Leftrightarrow 14x < 7 \Leftrightarrow x < 1/2$ .

**63. Reši nejednačinu**  $-5(2x + 8) > 13 + 4x$ .

Rešenje:  $-5(2x + 8) > 13 + 4x \Leftrightarrow -10x - 40 > 13 + 4x \Leftrightarrow -14x > 53 \Leftrightarrow x < 53/14$ .

**64. Reši nejednačinu**  $(2x - 7)(3 - 5x) < 0$ .

Rešenje:  $(2x - 7)(3 - 5x) < 0 \Leftrightarrow (2x - 7 < 0 \wedge (3 - 5x) > 0) \vee (2x - 7 > 0 \wedge 3 - 5x < 0) \Leftrightarrow (x < 7/2 \wedge x < 3/5) \vee (x > 7/2 \wedge x > 3/5) \Leftrightarrow x < 3/5 \vee x > 7/2 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 3/5) \cup (7/2, +\infty)$ .

**65. Reši nejednačinu**  $(10 - 5x)(2x - 8) > 0$ .

Rešenje:  $(10 - 5x)(2x - 8) > 0 \Leftrightarrow (10 - 5x > 0 \wedge 2x - 8 > 0) \vee (10 - 5x < 0 \wedge 2x - 8 < 0) \Leftrightarrow (x < 2 \wedge x > 4) \vee (x > 2 \wedge x < 4) \Leftrightarrow x \in (2, 4)$

**66. Reši nejednačinu**  $x^2 - 9 < 0$ .

Rešenje:  $x^2 - 9 < 0 \Leftrightarrow x^2 < 9 \Leftrightarrow -3 < x < 3$ .

**67. Reši nejednačinu**  $x^2 - 25 > 0$ .

Rešenje:  $x^2 - 25 = 0 \Leftrightarrow x_{1,2} = \pm 5 \Leftrightarrow x^2 - 25 > 0 \Leftrightarrow x < -5 \vee x > 5$ .

**68. Reši nejednačinu**  $x^2 - 3 > 0$ .

Rešenje:  $x^2 - 3 > 0 \Leftrightarrow x < -\sqrt{3} \vee x > \sqrt{3}$ .

**69. Reši nejednačinu**  $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 4} < 0$ .

Rešenje:  $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 4} < 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$ .

**70. Reši nejednačinu**  $(x+2)^2 < 1$ .

Rešenje:  $(x+2)^2 < 1 \Leftrightarrow -1 < x+2 < 1 \Leftrightarrow -3 < x < -1$ , ili  $x^2 + 4x + 4 < 1 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 3 < 0 \Leftrightarrow -3 < x < -1$ .

**71. Napiši jednačinu prave koja na y osi odseca odasečak 3, a sa pozitivnim smerom x ose obrazuje ugao od  $135^\circ$ .**

Rešenje:  $y = kx + n, n = 3, k = \tan 135^\circ = -1, y = -x + 3$ .

**72. Napiši jednačinu prave koja prolazi kroz tačku M(-3,2) i koordinatni početak.**

Rešenje:  $y = kx + n, 0 = k \cdot 0 + n \wedge 2 = -3k + n \Rightarrow n = 0, k = -2/3, y = -2x/3$ .

**73. Napiši jednačinu prave koja odseca na x osi odasečak 3, a na y osi odasečak 2.**

Rešenje:  $x/m + y/n = 1, x/3 + y/2 = 1$ .

**74. Napiši jednačinu prave koja prolazi kroz tačke A(1,0) i B(2,3).**

Rešenje:  $y - y_1 = (y_2 - y_1)(x - x_1)/(x_2 - x_1) \Rightarrow y - 0 = (3 - 0)(x - 1)/(2 - 1), y = 3(x - 1)$ .

**75. Napiši jednačinu prave koja prolazi kroz tačku M(2,5) i:**

a) paralelna je x osi

b) paralelna je y osi.

Rešenje: a)  $y = 5$ , b)  $x = 2$ .

**76. Izračunaj zbir prvih 5 članova niza  $1/2, 1/4, 1/8, \dots$**

Rešenje:  $a_1 = 1/2, q = 1/2, n = 5, S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \Rightarrow S_5 = \frac{\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2^5})}{1-\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}(1-\frac{1}{32})}{\frac{1}{2}} = \frac{31}{32}$ .

**77. Izračunaj zbir prvih 8 članova niza  $2, 6, 18, \dots$**

Rešenje:  $a_1 = 2, q = 3, S_8 = 2(3^8 - 1)/(3-1) = 2(3^8 - 1)/2 = 3^8 - 1 = 81 \cdot 81 - 1 = 6560$ .

**78. Izračunaj zbir prvih 50 prirodnih brojeva.**

Rešenje:  $S_{50} = n(n+1)/2 = 50 \cdot 51 / 2 = 25 \cdot 51 = 1275$ .

**79. Odredi 135-ti po redu neparan broj.**

Rešenje:  $: a_1 = 1, d = 2, a_n = a_1 + (n-1)d, n = 135, a_{135} = 1 + 134 \cdot 2 = 269$ .

**80. Odredi 120-ti po redu paran broj.**

Rešenje:  $a_1 = 2, d = 2, a_n = a_1 + (n-1)d, n = 120, a_{120} = 2 + 119 \cdot 2 = 240$ .

**81. Izračunaj  $\sin 135^\circ - \cos 120^\circ$ .**

Rešenje:  $\sin 135^\circ - \cos 120^\circ = \sin 45^\circ - (-\cos 60^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2} + 1}{2}$ .

**82. Izračunaj  $\alpha$  iz uslova  $0 < \alpha < \pi/2, \frac{\sqrt{3}}{2} - \cos \alpha = 0$ .**

Rešenje:  $0 < \alpha < \pi/2 \wedge \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos \alpha \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$ .

**83. Izračunaj  $\sin 120^\circ + \cos 135^\circ$ .**

Rešenje:  $\sin 120^\circ + \cos 135^\circ = \sin 60^\circ - \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$ .

**84. Izračunaj  $\alpha$  iz uslova  $0 < \alpha < \pi/2, \tan \alpha = \sqrt{3}$**

Rešenje:  $: 0 < \alpha < \pi/2 \wedge \tan \alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$ .

**85. Izračunaj  $\sin 120^\circ + \tan 135^\circ$ .**

Rešenje:  $\sin 120^\circ + \tan 135^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 = \frac{\sqrt{3} - 2}{2}$ .

**86. Reši jednačinu  $\sin \alpha = 1/2, (0 < \alpha < \pi)$ .**

Rešenje:  $\sin \alpha = 1/2 \wedge (0 < \alpha < \pi) \quad \alpha = \frac{\pi}{6} \vee \alpha = \frac{5\pi}{6}$ .

**87. Dokaži identičnost  $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + \sin 2\alpha$ .**

Rešenje:  $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha = 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha = 1 + \sin 2\alpha$ .

**88. Izračunaj  $\sin^2 \frac{\pi}{6} + \cos^2 \frac{\pi}{6}$**

Rešenje:  $\sin^2 \frac{\pi}{6} + \cos^2 \frac{\pi}{6} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$

**89. Izračunaj  $\tan^2 \frac{\pi}{4} - \cot^2 \frac{\pi}{3}$ .**

Rešenje:  $\tan^2 \frac{\pi}{4} - \cot^2 \frac{\pi}{3} = 1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = 1 - \frac{3}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

**90. Izračunaj**  $\left(\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{3}\right)^2$ .

$$\text{Rešenje: } \left(\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{3}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3$$

**91. Dokaži identičnost**  $\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1$ .

$$\text{Rešenje: } \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \cdot \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = 1.$$

**92. Napiši izraz**  $1+\cos 4\alpha$  u funkciji od  $2\alpha$ .

$$\text{Rešenje: } 1 + \cos 4\alpha = 2\cos^2 2\alpha.$$

**93. Dokaži identičnost:**  $\frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha} = \frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}$ .

$$\begin{aligned} \text{Rešenje: } \frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha} &= \frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha} \Leftrightarrow \sin^2\alpha = (1-\cos\alpha)(1+\cos\alpha) \Leftrightarrow \sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Leftrightarrow T \end{aligned}$$

**94. Napiši**  $\sin x$  kao funkciju od  $x/2$ .

$$\text{Rešenje: } \sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}.$$

**95. Napiši adiciju formulu**  $\cos(\alpha - \beta)$ .

$$\text{Rešenje: } \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta.$$

**96. Dokaži identičnost**  $\frac{\cos\alpha}{1-\sin\alpha} = \frac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$$\text{Rešenje: } \frac{\cos\alpha}{1-\sin\alpha} = \frac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha} \Leftrightarrow \cos^2\alpha = (1-\sin\alpha)(1+\sin\alpha) = 1 - \sin^2\alpha$$

**97. Napiši adiciju formulu**  $\sin(\alpha - \beta)$ .

$$\text{Rešenje: } \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta.$$

**98. Pretvori u proizvod zbir**  $\sin 6x - \sin 2x$ .

$$\text{Rešenje: } \sin 6x - \sin 2x = 2\cos 4x \cdot \sin 2x.$$

**99. Napiši u obliku zbiru**  $\sin 9x \cdot \cos 3x$ .

$$\text{Rešenje: } \sin 9x \cdot \cos 3x = 1/2(\sin 12x + \sin 6x).$$

**100. Napiši u obliku zbiru**  $\sin 5x \cdot \sin x$ .

$$\text{Rešenje: } \sin 5x \cdot \sin x = -1/2(\cos 6x - \cos 4x).$$